Computación y Sistemas Número Especial pp. 042 - 049
© 2002, CIC - IPN. *ISSN 1405-5546* Impreso en México

Control no Lineal Discontinuo de un Robot Móvil

Non-linear Discontinuous Control of a Mobile Robot

Eduardo Aranda Bricaire, Tomás Salgado Jiménez y **Martín Velasco Villa**
Centro de Investigación y Estudios Avanzados-IPN
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Mecatrónica
Av. IPN 2508, Sn. Pedro Zacatenco, México, D.F.
E-mails: {earanda, velasco}@mail.cinvestav.mx, tom_salgado2001@yahoo.com

Artículo recibido en Junio 16, 2001; aceptado en Marzo 01, 2002

Resumen

En este trabajo se presenta la implantación en tiempo real de técnicas de control avanzado en el prototipo de un robot móvil. La estrategia de control que se propone esta jerarquizada en dos niveles. El lazo interno compuesto de un controlador Proporcional-Integral Derivativo (PID) que se encarga de controlar la velocidad angular en los motores que proporcionan la tracción del vehículo. El lazo externo esta asociado al modelo cinemático del vehículo y se encarga de generar los perfiles de velocidad para cada motor. El lazo externo consiste de un esquema de linealización entrada-salida por retroalimentación de estado. Con el fin de evitar las singularidades inherentes a este tipo de leyes de control, se propone un esquema de control de estructura variable el cual conmuta entre dos diferentes variables de salida.

Palabras Clave: Robot móvil, seguimiento de trayectorias, control discontinuo, linealización exacta.

Abstract

This paper addresses the real time implementation of advanced control technics on the prototype of a mobile robot. A hierarchical control strategy is proposed. An inner PID loop intended to control the angular velocities of the actuators and an external loop associated to the kinematic model of the vehicle that generates velocity profiles associated to a desired trajectory. A feedback linearization strategy is adopted for this external loop. In order to avoid the singularities associated to the proposed control strategy, a commutation scheme for the output variables is proposed.

Keywords: Mobile robots, motion planning, discontinuous control, feedback linearization.

*Financiado por CONACyT-MEXICO. Proyecto 36356-A

1 Introducción

Un robot móvil es un dispositivo electromecánico capaz de desplazarse dentro de un espacio de trabajo (laboratorio, nave industrial, corredor, habitación, etc.) con diferentes niveles de autonomía. El nivel de autonomía está determinado por la capacidad del robot para percibir el ambiente de trabajo mediante sensores (microinterruptores, sonares, dispositivos opto electrónicos, cámaras de video, etc.) y poder modificar su comportamiento en consecuencia.

El desarrollo de modelos matemáticos para describir las propiedades de robots móviles propulsados por ruedas ha sido ampliamente abordado en la literatura, ver por ejemplo Canudas de Witt *et al.*, (1991); Campion *et al.*, (1996); Thuilot *et al.*, (1996). Una hipótesis de trabajo frecuente es que las ruedas del robot giran sin resbalar sobre la superficie de trabajo. Aunque dicha hipótesis es bastante realista, algunos autores han desarrollado modelos matemáticos mas complejos que incluyen el fenómeno de deslizamiento (Balakrisna y Ghosal, 1996). Este último punto de vista no será considerado en el presente trabajo.

Se dice que el modelo matemático de un robot móvil es un sistema no holonomo porque las velocidades a lo largo de los ejes coordenados generalizados satisfacen restricciones no integrables (Murray et al., 1993; Tilbury, 1995). Las restricciones no holonomas de este tipo de sistemas da lugar a una gran variedad de problemas teóricos que han sido tratados en mayor o menor medida en la literatura. Por ejemplo, en Murray et al., (1993); Sastry, (1999); Tilbury, (1995) se estudia el problema de planificación de trayectorias para este tipo de sistemas mediante señales de control sinusoidales, polinomiales o constantes por pedazos.

Asimismo, se sabe que un sistema no holonomo no puede ser estabilizado mediante una ley de control diferenciable, aún cuando el sistema sea completamente controlable (Brockett, 1983). Por ello, la estabilización de sistemas

no holonomos solo puede lograrse mediante leyes de control no diferenciables o variantes en el tiempo (Coron et al., 1995; Samson, 1995; Pomet, 1992).

En lo que respecta al control en tiempo real de robots móviles, en la literatura han sido reportados un cierto número de trabajos. En Divelbiss y Wen, (1997) se presentan resultados experimentales para la tarea de estacionar un vehículo. Dicha tarea se realiza en dos etapas. La primera es la planeación y generación de la trayectoria. La segunda es el seguimiento de la misma utilizando un control LQR (Linear Quadratic Regulator). Yang y Kim, (1998) presentan simulaciones y resultados experimentales sobre el comportamiento de una ley de control de tipo deslizante para el seguimiento de trayectorias para robot futbolistas. Por otra parte Canudas de Witt y Roskan, (1991) estudian el problema de controlar en tiempo real un robot móvil cuyos actuadores presentan restricciones de torque. En el trabajo de Tanaka y Yoshioka, (1995), se presentan resultados en simulación del control de un vehículo con cinco remolques. Las leyes de control propuestas en por Tanaka y Yoshioka, (1995) son un control difuso para el seguimiento de trayectorias y un algoritmo genético para la evasión de obstáculos.

En este trabajo describimos el control en tiempo real de un robot móvil con el propósito de realizar el seguimiento de trayectorias preestablecidas en el plano cartesiano. Los detalles de construcción del prototipo pueden verse en Salgado-Jiménz et al., (1999); Salgado-Jiménz, (1999). La estrategia de control que se propone esta jerarquizada en dos niveles. A saber, un lazo interno compuesto de un controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) que se encarga de controlar la velocidad angular de los motores que proporcionan la tracción al vehículo, y un lazo externo asociado al modelo cinemático del vehículo que se encarga de generar los perfiles de velocidad para cada motor (a ser seguidos por el lazo interno de control) que corresponden a las trayectorias de posición deseadas. El lazo externo de control consiste en un esquema de linealización entrada-salida por retroalimentación del estado. Una de los principales obstáculos para la implantación de este tipo de esquema de control es la existencia de subvariedades singulares. Para evitar este problema, se propone un esquema de conmutación entre dos variables de salida, de tal manera que la ley de control linealizante siempre esta bien definida.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se desarrolla el esquema de control para el modelo cinemático del robot móvil. En la Sección 3 se presenta el esquema de control utilizado para el modelo dinámico de los actuadores. En la Sección 4 se presentan los resultados experimentales obtenidos al aplicar el esquema de control jerarquizado al robot móvil. Finalmente, las conclusiones del trabajo se presentan en la Sección 5.

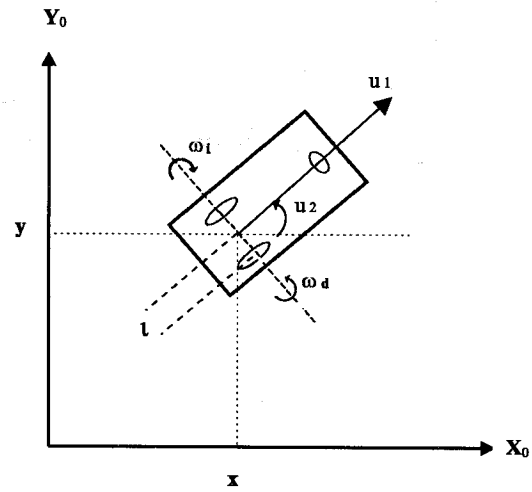


Figura 1: Localización en el plano cartesiano.

2 Control del Modelo Cinemático

2.1 Modelo Cinemático

La posición y orientación de un robot móvil en el plano pueden describirse por sus coordenadas (x, y) con respecto a un sistema de referencia fijo y el ángulo φ que el robot forma con respecto del eje X_0, como se muestra en la Figura 1.
Sea u_1 la velocidad lineal del robot en la dirección perpendicular al eje de sus ruedas y sea u_2 su velocidad angular. Entonces a partir de la Figura 1, es posible encontrar las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_1 \cos\varphi \\ \dot{y} &= u_1 \sin\varphi \\ \dot{\varphi} &= u_2, \end{aligned} \tag{1}$$

donde x representa la posición a lo largo del eje X_0, y representa la posición a lo largo del eje Y_0 y φ representa la orientación del eje longitudinal del vehículo con respecto al eje X_0. De manera ideal la velocidad lineal u_1 y la velocidad angular u_2 pueden ser consideradas como variables de control del sistema (1). Sin embargo, desde un punto de vista más realista, es necesario considerar que dichas variables son funciones de las velocidades angulares de las ruedas del robot.
Sean ω_d y ω_i las velocidades angulares de las ruedas derecha e izquierda del vehículo móvil, respectivamente. Entonces, es posible mostrar que u_1 y u_2 están relacionadas con ω_d y ω_i por medio de la siguiente transformación,

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \omega_d \\ \omega_i \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2\ell} & -\frac{r}{2\ell} \end{bmatrix} \tag{2}$$

donde r es el radio de las ruedas y 2ℓ es la distancia entre ellas (como puede verse en la Figura 1). Puesto que la transformación T es no singular, cualesquiera valores de las velocidades u_1 y u_2 pueden ser obtenidos mediante una adecuada selección de las variables ω_d y ω_i. Esto nos lleva a la representación alterna para el sistema (1) dada por,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \tfrac{r}{2}(\omega_d+\omega_i)\cos\varphi\\ \dot{y} &= \tfrac{r}{2}(\omega_d+\omega_i)\sin\varphi\\ \dot{\varphi} &= \tfrac{r}{2\ell}(\omega_d-\omega_i).\end{aligned}$$

2.2 Cinemática Inversa

El modelo cinemático dado por la ecuación (1) puede verse como una transformación

$$\Gamma : [u_1(t), u_2(t)] \mapsto X(t) = [x(t), y(t), \varphi(t)]$$

que mapea pares de trayectoria de velocidad $[u_1(t), u_2(t)]$ en trayectorias del robot móvil en el espacio cartesiano. Dada una trayectoria deseada o nominal $X_d(t) = [x_d(t), y_d(t), \varphi_d(t)]$, el problema de la cinemática inversa (Divelbiss y Wen, 1997) consiste en determinar un perfil de velocidad $[u_{1d}(t), u_{2d}(t)]$ tal que:

$$\Gamma[u_{1d}(t), u_{2d}(t)] = X_d(t).$$

En el resto de esta subsección analizaremos un caso particular de este problema general.
Supongamos que deseamos que el robot móvil se desplace a lo largo de la parábola descrita por la ecuación

$$y_d(t) = x_d^2(t). \tag{3}$$

Diferenciando la ecuación (3) con respecto al tiempo y sustituyendo las ecuaciones (1) encontramos que el robot móvil puede describir la trayectoria deseada solo si el ángulo de orientación φ_d satisface la siguiente relación

$$\varphi_d(t) = \arctan(2x_d(t)). \tag{4}$$

El siguiente paso es proponer una parametrización de x_d en función del tiempo t. Escojamos por ejemplo,

$$x_d(t) = a\sin\left(\frac{2\pi}{P}t\right). \tag{5}$$

Con esta parametrización, el robot se desplazaría del origen al punto (a, a^2), posteriormente retornaría al origen en camino al punto $(-a, a^2)$ y finalmente de nuevo retornaría al origen, todo en un tiempo de P segundos.
El propósito de las leyes de control que se desarrollan en las siguientes subsecciones es lograr que las variables $x(t)$, $y(t)$ y $\varphi(t)$ sigan asintóticamente los valores nominales dados por las ecuaciones (3)-(5). Esto es $x(t) \to x_d(t)$, $y(t) \to y_d(t)$, $\varphi(t) \to \varphi_d(t)$, cuando $t \to \infty$.

2.3 Linealización por Retroalimentación Dinámica

En esta Sección desarrollamos un esquema de control que linealiza la respuesta entrada-salida del sistema (1), considerando u_1, u_2 como variables de control y x, y como variables de salida. Tomando las derivadas de estas funciones con respecto al tiempo obtenemos

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\varphi & 0\\ \sin\varphi & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix} = A(\varphi)\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix}$$

A partir de esta ecuación concluimos que no es posible linealizar la respuesta entrada-salida del sistema mediante retroalimentación estática, dado que la matriz de desacoplamiento $A(\varphi)$ es singular para todo valor de (x, y, φ) (Isidori, 1995). Sin embargo, este objetivo de control puede alcanzarse mediante el llamado algoritmo de extensión dinámica. Para ello, definimos una nueva variable de estado ζ y una nueva variable de control $\tilde{u}_1$, las cuales estań relacionadas con el sistema (1) de la siguiente manera: $\dot{\zeta} = \tilde{u}_1$, $u_1 = \zeta$. El proceso anterior es equivalente a agregar un integrador antes de la variable de control u_1. Para el sistema extendido, las nuevas variables de control son $\tilde{u}_1$ y u_2, las cuales están relacionadas con las variables de salida mediante la siguientes relaciones

$$\begin{bmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\varphi & -\zeta\sin\varphi\\ \sin\varphi & \zeta\cos\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{u}_1\\ u_2\end{bmatrix} = A_e(\varphi,\zeta)\begin{bmatrix}\tilde{u}_1\\ u_2\end{bmatrix}.$$

Claramente, para el sistema extendido, la nueva matriz de desacoplamiento $A_e(\varphi, \zeta)$ es no singular siempre que $\zeta \neq 0$. Entonces, es posible definir la retroalimentación dinámica

$$\begin{aligned}u_1 &= \zeta\\ \dot{\zeta} &= \tilde{u}_1\\ \begin{bmatrix}\tilde{u}_1\\ u_2\end{bmatrix} &= A_e^{-1}(\varphi,\zeta)\begin{bmatrix}v_1\\ v_2\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{6}$$

donde las nuevas variables de control v_1 y v_2 están dadas por

$$\begin{bmatrix}v_1\\ v_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\ddot{x}_d - \alpha_1(\dot{x}-\dot{x}_d) - \alpha_0(x-x_d)\\ \ddot{y}_d - \beta_1(\dot{y}-\dot{y}_d) - \beta_0(y-y_d)\end{bmatrix}.$$

Definiendo las funciones de error $e_x(t)$ y $e_y(t)$ mediante

$$\begin{aligned}e_x &= x - x_d\\ e_y &= y - y_d,\end{aligned}$$

es posible mostrar que su dinámica está gobernada mediante las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}\ddot{e}_x + \alpha_1\dot{e}_x + \alpha_0 e_x &= 0\\ \ddot{e}_y + \beta_1\dot{e}_y + \beta_0 e_y &= 0.\end{aligned}$$

Bajo la elección apropiada de los parámetros α_i, β_i es posible mostrar que $e_x, e_y \to 0$ cuando $t \to \infty$.
La ley de control (6) no está definida cuando $\zeta = 0$. Para evitar esta dificultad, en la próxima subsección se propone una ley de control linealizante para una nueva variable de salida.

2.4 Linealización por Retroalimentación Estática

Con el propósito de evitar el problema de singularidad en el caso de la ley de control dinámica, en esta Sección proponemos una ley de control linealizante (Isidori, 1995) con respecto a un nuevo conjunto de variables de salida. Específicamente, proponemos elegir x, y φ como variables de salida, las cuales están relacionadas con las variables de control de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \tilde{A}(\varphi) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.$$

Eligiendo las variables de control u_1, u_2 de la forma

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \tilde{A}^{-1}(\varphi) \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \qquad (7)$$

es claro que las variables $x(t)$, $\varphi(t)$ estarán gobernadas por la ecuación diferencial

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}.$$

Finalmente, eligiendo las nuevas variables de control v_1 y v_2 como

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_d - \alpha e_x \\ \dot{\varphi}_d - \beta e_\varphi \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

es fácil mostrar que el error de seguimiento estará gobernado por el siguiente par de ecuaciones diferenciales

$$\dot{e}_x + \alpha e_x = 0,$$
$$\dot{e}_\varphi + \beta e_\varphi = 0,$$

donde $e_x(t) = x(t) - x_d(t)$ y $e_\varphi(t) = \varphi(t) - \varphi_d(t)$. Bajo este esquema de control tendremos que $e_x(t) \to 0$, $e_\varphi(t) \to 0$ cuando $t \to \infty$ siempre que $\alpha, \beta > 0$.
Combinando las ecuaciones (7), (8) concluimos que los perfiles de velocidad que los actuadores del robot deben seguir están dados por

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_d - \alpha(x - x_d) \\ \dot{\varphi}_d - \beta(\varphi - \varphi_d) \end{bmatrix}. \qquad (9)$$

Es importante notar que la ley de control (9) no está definida globalmente. En efecto, la variable u_1 crece sin ninguna cota cuando $\varphi \to \frac{k\pi}{2}$, $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$.
También es importante mencionar que la ley de control (9) induce una dinámica no observable en lazo cerrado para el sistema (1). Aunque teóricamente no es posible garantizar la estabilidad de esta dinámica no observable, experimentalmente se ha encontrado que las variables no observables permanecen acotadas para cualquier intervalo finito de tiempo.

2.5 Control Discontinuo del Modelo Cinemático

Como mencionamos anteriormente, la ley de control dinámica (6) no está definida cuando $u_1 = \zeta = 0$. Esta condición ocurre cuando el robot se encuentra inicialmente en reposo, o bien cuando la trayectoria preestablecida obliga al robot a detenerse momentáneamente. Para evitar este problema, se propone conmutar a la ley de control estática (9) siempre que la magnitud de la velocidad lineal del robot u_1 sea inferior a un cierto umbral $\varepsilon > 0$, es decir, cuando $|\zeta| \leq \varepsilon$.
Por otra parte, la ley de control estática (9) no está definida para $\varphi = \frac{k\pi}{2}$, $k = \pm 1, \pm 2, \ldots$. Por lo anterior, implícitamente estamos asumiendo que las trayectorias del robot no intersectan la subvariedad

$$\mathcal{S} = \left\{ (x, y, \varphi, \zeta) \mid \zeta = 0,\ \varphi = \frac{k\pi}{2} \right\},$$

donde ambas leyes de control no están definidas.
El esquema de control propuesto se ilustra en la Figura 2. En esta figura se identifican dos lazos de control. El lazo de control interno está asociado al modelo dinámico de los actuadores y consiste en un control tipo PID. Dicho esquema de control se explica en detalle en la siguiente sección. El lazo externo consiste en un algoritmo de estructura variable y se encarga del control del modelo cinemático. El control de estructura variable conmuta entre el control linealizante estático y el control linealizante dinámico a fin de evitar las singularidades de cada esquema.

3 Control del Modelo Dinámico

En la Sección anterior desarrollamos una ley de control para el modelo cinemático, la cual permite llevar a cabo seguimiento asintótico de trayectorias preestablecidas. Dicha esquema considera a las velocidades angulares de cada rueda como variables de control. A su vez, el actuador de cada rueda es un motor de corriente continua de imán permanente. En esta Sección se desarrolla un esquema de control que permite a dichos actuadores alcanzar los perfiles de velocidad requeridos.

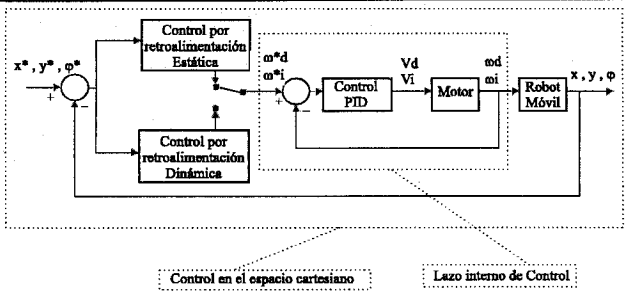


Figura 2: Esquema de control.

3.1 Modelo Dinámico

Bajo la hipótesis de que la inductancia de armadura es despreciable, es posible mostrar que la velocidad angular de un motor de corriente continua de imán permanente satisface la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d\omega}{dt} = -C_1\omega + C_2V, \tag{10}$$

donde ω es la velocidad angular del motor, V es el voltaje de alimentación y C_1,C_2 son constantes apropiadas. Considerando a la velocidad angular como variable de salida y al voltaje de alimentación como variable de entrada, la función de transferencia del motor está dada por

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{k}{1+\tau s}. \tag{11}$$

La identificación de los parámetros k y τ en la ecuación anterior puede realizarse de una manera muy simple considerando la respuesta a una entrada escalón de los motores utilizados. Para un voltaje aplicado de 6 volts se obtuvieron los siguientes parámetros

	Motor Derecho	Motor Izquierdo
k	0.413	0.475
τ	0.330	0.240

(12)

3.2 Compensación de Fricción en el Modelo Dinámico

Un problema que a menudo se presenta en sistemas servocontrolados es la aparición de efectos de fricción. La fricción puede producir en el sistema errores apreciables en el seguimiento de una trayectoria deseada e inclusive inducir ciclos límite y fenómenos de atascamientos indeseables. A partir de los experimentos para la identificación de la función de trasferencia (11), se estableció la existencia de este problema en el control de los motores de corriente directa. En la Figura 3 se presentan la respuesta de los motores izquierdo y derecho ante una entrada con crecimiento exponencial. En esta figura es posible apreciar claramente el

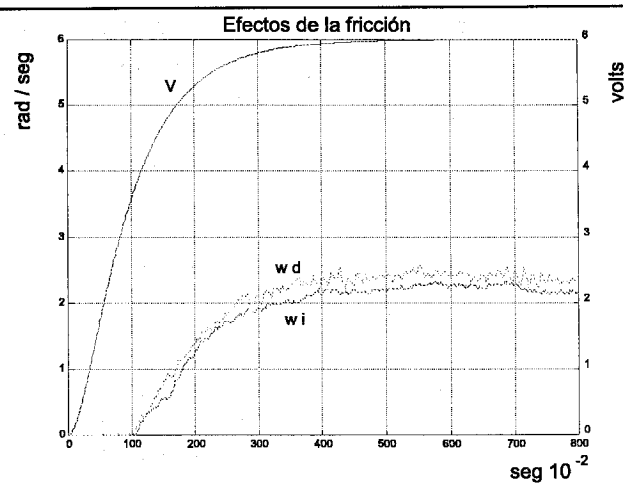


Figura 3: Efectos de fricción sobre los actuadores izquierdo y derecho.

efecto de la fricción en el sistema a controlar. Nótese que los motores sólo empiezan a funcionar cuando el voltaje aplicado es mayor que cierto umbral (3.4 volts para el motor izquierdo y 3.8 volts para el motor derecho).
El efecto indeseable apreciado en la Figura 3 es lo que se conoce como "zona muerta". Para compensar este efecto en cada uno de los motores es necesario considerar un torque de fricción f, dependiente de la velocidad angular ω, el cual debe ser considerado en el modelo (11) de la siguiente manera

$$\tau\dot{\omega} + \omega = k(V - f(\omega)) \tag{13}$$

El valor de la compensación f puede ser estimado mediante el siguiente modelo

$$f(\omega) = (f_c + f_v\,|\omega|)\,\mathrm{sign}(\omega), \tag{14}$$

donde f_c es un parámetro asociado al efecto de la fricción de Coulomb y f_v es un parámetro asociado a los efectos de la fricción viscosa.
Para una entrada de 6 volts, experimentalmente se obtienen los siguientes parámetros para el modelo (13)-(14) que incluye el efecto de la fricción

	Motor Derecho	Motor Izquierdo
f_c	3.6	3.4
f_v	0.05	0.06

(15)

Estos parámetros producen las respuestas mostradas en las Figuras 4 y 5 para la velocidad en la rueda izquierda y derecha respectivamente.

3.3 Control PID

Sean ω_d^*, ω_i^* los perfiles de velocidad angular deseados obtenidos a partir del control del modelo cinemático y

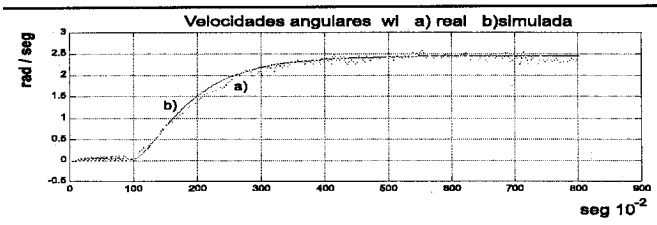


Figura 4: Velocidad angular ω_i real y simulada.

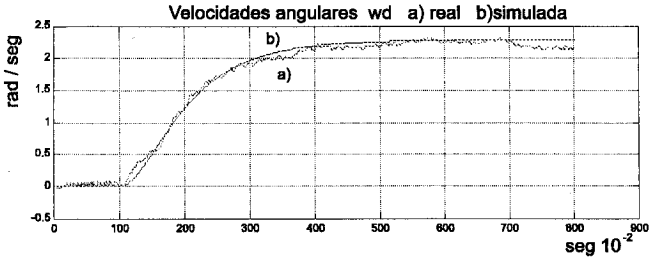


Figura 5: Velocidad angular ω_d real y simulada.

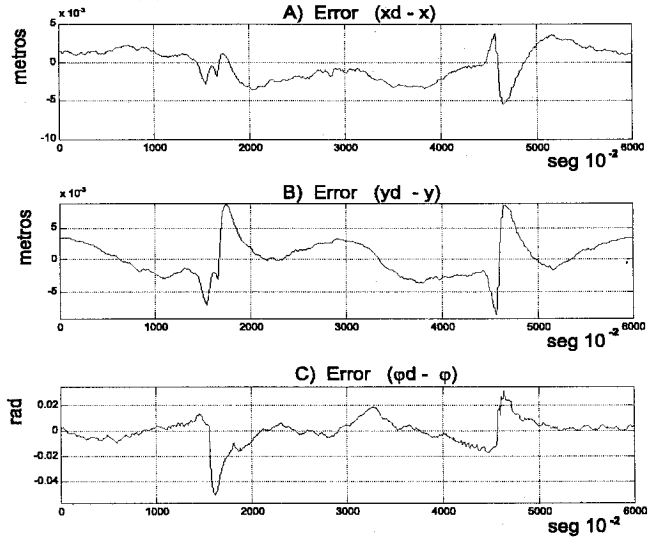


Figura 6: Errores A) e_x, B) e_y, C) e_φ con compensación de fricción.

definamos los errores de seguimiento para las velocidades angulares mediante

$$e_d = \omega_d - \omega_d^*, \; e_i = \omega_i - \omega_i^*.$$

Con el fin de garantizar que los errores seguimiento converjan a cero, proponemos la utilización de un control Proporcional-Integral-Derivativo (PID) de la forma

$$V_k(t) = K_{p_k} e_k(t) + K_{i_k} \int_0^t e_k(t)\, dt + K_{d_k} \frac{de_k(t)}{dt} \quad (16)$$

donde $k = i, d$. La sintonización inicial de los parámetros del controlador se realizó por medio del método de Ziegler-Nichols considerando la respuesta al escalón de los motores.

4 Resultados en Tiempo Real

La operación del robot inicia con el control estático debido a que el control dinámico presenta una singularidad en $u_1 = 0$. Una vez que la velocidad lineal es mayor que un cierto umbral $\varepsilon > 0$, se conmuta al control dinámico, el cual provee convergencia en las variables del robot, x, y, φ.

La implantación del esquema de control presentado en la Figura 2 se llevo a cabo mediante una tarjeta DSP (dSPACE DS1102) en la cual los controladores propuestos pueden ser implantados directamente en el paquete de simulación Simulink de MatLab. Se consideró un periodo de muestreo de 10 ms.

Se pretende que el vehículo móvil siga la trayectoria deseada descrita en la Subsección 2.2, con los siguientes parametros: $a = 0.9\,m$, $P = 60\,s$.

Los parámetros del controlador PID utilizados en el lazo de control interno se presentan en la tabla siguiente,

Motor Izquierdo	Motor Derecho
$K_{p_i} = 3.4$	$K_{p_d} = 3.7$
$K_{i_i} = 0.8$	$K_{i_d} = 1.1$
$K_{d_i} = 0.01$	$K_{d_d} = 0.01$

(17)

Los parámetros de diseño de la ley de retroalimentación estática estuvieron dados por $\alpha = \beta = 1$ y en el caso dinámico se consideró $\alpha_1 = \beta_1 = 3$ y $\alpha_0 = \beta_0 = 1$. Se fijaron las condiciones iniciales $(x^0, y^0, \varphi^0, \omega^0) = (0, 0, 0, 0)$. En los experimentos se consideró $f_{c_i} = 4.65$ y $f_{cd} = 4.45$, los valores para f_v permanecieron sin cambios (dados por (15)).

En la Figura 6 se presentan los errores obtenidos A) $e_x = x - x_d$, B) $e_y = y - y_d$, C) $e_\varphi = \varphi - \varphi_d$, mientras que en la Figura 7 se presenta A) la trayectoria seguida por el vehículo móvil en el plano cartesiano, B) las velocidades angulares motores izquierdo ω_i y derecho ω_d y sus C) voltajes de control V_i y V_d. A partir de los errores obtenidos en las figuras puede concluirse que los resultados experimentales son altamente satisfactorios ya que se logró el seguimiento deseado. Por otra parte, los voltajes aplicados a los motores estuvieron dentro de valores apropiados.

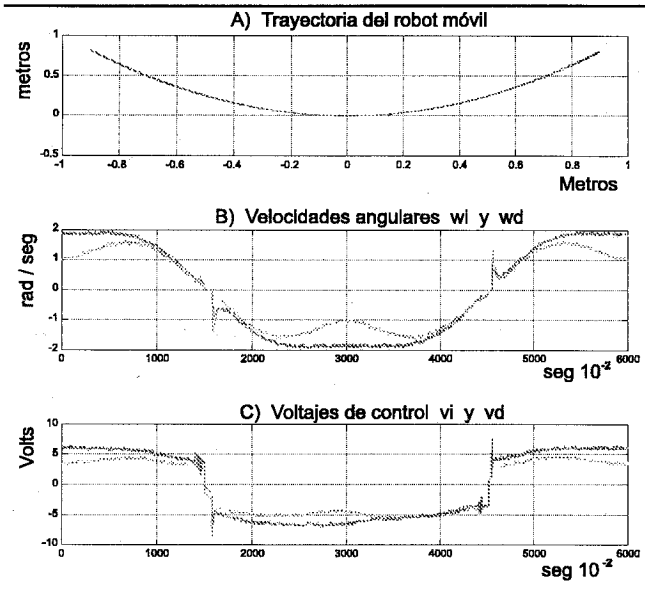


Figura 7: A) Trayectoria $x(y)$, B) perfiles ω_i, ω_d y C) control v_i, v_d con compensación de fricción.

5 Conclusiones

En este trabajo se presento la implantación en tiempo real de técnicas avanzadas de control en el prototipo de un robot móvil. Específicamente, se propuso un esquema de control de estructura variable el cual permite llevar a cabo el seguimiento asintótico de trayectorias preestablecidas. Independientemente del aspecto tecnológico, el esquema de conmutación entre dos variables de salida es una contribución original y produce un buen desempeño para el modelo considerado. Una continuación natural del presente trabajo es el análisis formal de estabilidad del esquema de control en lazo cerrado. También parece interesante el estudio de la conmutación entre diferentes variables de salida para clases mas generales de sistemas no lineales.

Referencias

Balakrishna R., and **A. Ghosal**, "Modelling of Slip for Wheeled Mobile Robots", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 11, No. 1, 1995, pp. 126-132.

Brockett R.W., Asymptic stability and feedback stabilization, in Differential Geometric Control Theory, Birkhauser, Boston, 1983, pp. 181-191.

Campion G., **G. Bastin**, and **B. d'Andréa-Novel**, "Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 1, 1996., pp. 47-61.

Canudas de Wit C., and **R. Roskam**, "Path following of a 2-DOF mobile robot uder path and input torque constraints", *Proc. 1991 IEEE Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, California, Vol. 2, 1991, pp.1142-1147.

Canudas de Wit C., **B. Siciliano**, and **G. Bastin**, *Theory of Robot Control*, New York, Springer-Verlag, 1996.

Coron J.M., "On the stabilization of locally controllable systems by means of continuous time-varying feedback laws", *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol. 33, 1995, pp. 804-833.

Divelbiss A.W., and **J.T. Wen**, "Trajectory Tracking Control of a Car-Trailer System", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 5, No. 3, 1997, pp. 269-278.

Isidori A., *Nonlinear control systems*, 3rd edition, Springer-Verlag, 1995.

Murray R.M., and **S.S. Sastry**, "Nonholonomic Motion Planning: Steering Using Sinusoids", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 38, No. 5, 1993, pp. 700-716.

Pomet J.B., "Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift", *Systems and Control Letters*, Vol. 18, 1992, pp. 147-158.

Tanaka K.,and **K. Yoshioka**, "Fuzzy trajectory control and GA-based obstacle avoidance of a truck with five trailers", *Proc. IEEE Int. Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 5, 1995., pp. 4378-4382.

Salgado-Jiménez T., **E. Aranda-Bricaire**, y **M. Velasco-Villa**, "Diseño, construcción y control de un robot móvil, *Memorias de la Quinta Conferencia de Ingeniería Eléctrica* CIE99, CINVESTAV-IPN, México, Septiembre 1999, pp. 390-398.

Salgado-Jiménez T., *Diseño, construcción y control de un robot móvil*, Tesis de maestría, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Mecatrónica, CINVESTAV - IPN, 1999.

Samson C., "Control of chained systems. Application to path following and time-varying point stabilization of mobile robots", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, 1995, pp. 64-77.

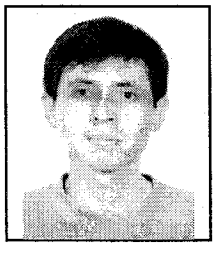
Tilbury D., **R.M. Murray**, and **S.S. Sastry**, "Trajectory Generation for the N-Trailer Problem Using Goursat Normal Form", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 5, 1995, pp. 802-819.

Yang J.M., and **J.H. Kim**, "Sliding mode motion control of nonholonomic mobile robots", *IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, Leuven, Belgium, Vol. 4, 1998, pp. 2983-2988.

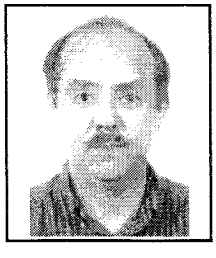
Sastry S., *Nonlinear systems. Analysis, Stability and Control*, Springer-Verlag, New York, 1999.

Thuilot B., **B. d'Andréa-Novel**, and **A. Micaelli**, "Modelling and Feedback Control of Mobile Robots Equipped with Several Steering Wheels", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 3, 1996, pp. 375-390.

Eduardo Aranda Bricaire, *recibió el Título de Ingeniero Industrial en Eléctrica del Instituto Tecnológico de Pachuca, el Grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional y el Grado de Doctor en Ciencias en Control Automático de la Universidad de Nantes y de la Escuela Central de Nantes, en Nantes, Francia. Sus temas de investigación incluyen la teoría de sistemas de control no lineales y la robótica móvil.*



Tomás Salgado Jiménez, *recibió el Título de Ingeniero Electricista de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, el Grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica opción Mecatrónica del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Sus temas de interés son la robótica móvil y la instrumentación de procesos.*



Martín Velasco Villa, *es Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica por el Instituto Politécnico Nacional (1987), Maestro en Ciencias (1989) y Doctor en Ciencias (1994) en Ingeniería Eléctrica en la especialidad de Control Automático por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Sus intereses de investigación están enfocados hacia el control de sistemas no lineales y los sistemas electromecánicos.*